

Dr hab. Galina Filipuk  
Instytut Matematyki  
Uniwersytet Warszawski  
Banacha 2, 02-097 Warszawa  
Email: g.filipuk@uw.edu.pl

Warszawa, 15.11.2022

### **Opinia o rozprawie doktorskiej mgr Bożeny Tkacz**

Mgr Bożena Tkacz (z domu Podhajecka) przedstawiła rozprawę doktorską pt. „Charakteryzacja zjawiska Stokesa dla rozwiązań formalnych wybranych równań różniczkowych i moment różniczkowych cząstkowych” napisaną pod opieką prof. UKSW dr. hab. Sławomira Michalika na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym Szkoła Nauk Ścisłych UKSW.

Praca jest w dziedzinie analizy zespolonej oraz zastosowań w równaniach różniczkowych. Zjawisko Stokesa mówi o tym, że funkcja, która jest rozwiązaniem równania różniczkowego liniowego, może mieć różną postać asymptotyczną w różnych regionach płaszczyzny zespolonej. Teoria sumowalności jest obecnie intensywnie używana oraz rozwijana przy badaniu asymptotycznych zachowań rozwiązań zespolonych równań różniczkowych cząstkowych, których dane początkowe są holomorfczne w zespolonym otoczeniu zera. Sumy są dokładnymi rozwiązaniami danego równania oraz są holomorfczne w pewnych sektorowych otoczeniach zera. Dokładne wyliczenia skoków przez linie Stokesa, czyli różnicy między dokładnymi rozwiązaniami na liniach Stokesa, jest bardzo trudnym zagadnieniem. Teoria sumowalności oraz jej uogólnienia jest obecnie rozwijana w licznych ośrodkach naukowych na świecie, między innymi w Hiszpanii, Francji i Japonii.

W niniejszej pracy autorka bada zjawisko Stokesa dla rozwiązań jednorodnych liniowych równań różniczkowych cząstkowych oraz ich uogólnień na równania moment-różniczkowe. Autorka pracy doktorskiej proponuje nowe metody wyliczeń skoków przez kierunki osobliwe związane z brakiem holomorfczności danych początkowych na trzy różne sposoby: poprzez residua, hiperfunkcje oraz funkcje resurgentne.

Doktorantka jest autorką dwóch publikacji współautorskich (razem z promotorem) opublikowanych w dobrych punktowanych oraz recenzowanych czasopismach matematycznych oraz dwóch artykułów pokonferencyjnych opublikowanych samodzielnie:

(1) S. Michalik, B. Podhajecka, The Stokes phenomenon for certain partial differential equations with meromorphic initial data, *Asymptot. Anal.*, 99 (2016), 163–182.

(2) S. Michalik, B. Tkacz, The Stokes phenomenon for some moment partial differential equations, *J. Dyn. Control Syst.*, 25 (2019), 573–598.


(3) B. Tkacz, The Stokes phenomenon for certain PDEs in a case when initial data have a finite set of singular points, in *Formal and Analytic Solutions of Diff. Equations. FASdiff 2017*, vol. 256 of *Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*, 2018, 79–93. (arXiv:1805.11410).

(4) B. Tkacz, The Stokes phenomenon for certain partial differential equations with variable coefficients depending on time variable, in *Complex Differential and Difference Equations, De Gruyter Proceedings in Mathematics*, 2020, 419–434. (arXiv:2206.12627).

Czasopisma „Asymptotic Analysis” oraz „Journal of Dynamical and Control Systems” są bardzo dobrze punktowane (100p., 70p.) według listy ministerialnej za 2021 rok. Wydawnictwa Springer oraz de Gruyter są również bardzo solidne oraz znane. Prace w książkach pokonferencyjnych tych wydawnictw są recenzowane przez specjalistów w danej dziedzinie.

Rozprawa doktorska składa się z siedmiu rozdziałów oraz literatury (27 artykułów naukowych oraz książek). Praca liczy prawie 100 stron. W pierwszych rozdziałach mgr Bożena Tkacz przedstawia podstawowe pojęcia i twierdzenia z analizy zespolonej oraz z zaawansowanej teorii sumowalności i zjawiska Stokesa dla sumowalnych szeregów formalnych. Te rozdziały mają charakter wstępny oraz poglądowy. Kolejne rozdziały zawierają nowe rezultaty otrzymane przez doktorantkę i są oparte na opublikowanych pracach wymienionych powyżej (1)-(4). Najpierw rozważane jest równanie przewodnictwa cieplnego oraz jego uogólnienie. Dane początkowe to funkcja meromorfnicza ze skończoną liczbą biegunów. Zjawisko Stokesa jest badane używając residuów. Ten rezultat jest zawarty w pracy (1). Dalej, używając hiperfunkcji, autorka wyznacza linie Stokesa oraz skoki przez te linie dla równania przewodnictwa cieplnego (i jego uogólnienia) z punktem osobliwym w danych początkowych. Równania moment różniczkowe dwóch zmiennych zespolonych ze stałymi współczynnikami oraz niektóre równania różniczkowe cząstkowe z niestałymi współczynnikami są również badane podobnie. Rozdział piąty jest oparty na publikacjach (2), (3) oraz (4). W szóstym rozdziale pokazane jest trzecie podejście do zjawiska Stokesa przy użyciu funkcji resurgentnych dla równania przewodnictwa cieplnego i jego uogólnienia. W rozprawie mgr Bożena Tkacz podaje różnorodne przykłady ilustrujące najważniejsze twierdzenia oraz rezultaty. Również przedstawia ona szczegółowe dowody wszystkich twierdzeń. Niektóre z tych dowodów są bardzo zaawansowane, co świadczy o dużej wiedzy doktorantki w zakresie różnorodnych i skomplikowanych metod analizy zespolonej oraz równań różniczkowych. W ostatnim rozdziale autorka napisała kilka uwag końcowych oraz problemów otwartych nad którymi, jak zakładam, ona obecnie pracuje.

**Konkluzja.** Dysertacja mgr Bożeny Tkacz ma zdecydowanie charakter pracy badawczej zawierającej oryginalne wyniki. Są one dobrze umotywowane, wpisują się w tematykę badań podejmowanych w wielu ośrodkach naukowych w kraju oraz za granicą. Redakcja dysertacji jest na bardzo wysokim poziomie. Praca jest napisana wyjątkowo starannie z troską o maksymalną czytelność, matematyczną poprawność oraz ścisłość. Jej rozkład jest dobrze przemyślany. Struktura wewnętrznych i zewnętrznych odnośników jest właściwa. Podobnie bibliografia jest dobrze dobrana. Praca praktycznie nie zawiera literówek. Autorka formułuje oraz rozwiązuje oryginalne problemy naukowe, tym samym wnosząc istotny wkład do rozwoju analizy zespolonej oraz równań różniczkowych. Doktorantka wykazuje dogłębne opanowanie różnorodnych metod analizy matematycznej, analizy zespolonej oraz zastosowań w równaniach różniczkowych. Otrzymane rezultaty są nowe, tworzą spójną tematyczną całość. Najważniejsze wyniki naukowe są opublikowane w 4 pracach w dobrych czasopismach oraz książkach pokonferencyjnych. Wielokrotnie byłam również na referatach doktorantki, które ona wygłaszała na konferencjach krajowych (w Warszawie, Będlewie) oraz zagranicznych (np. w Hiszpanii) oraz na seminarium „Analityczna Teoria Równań Różniczkowych” w IMPANie. Referaty oraz prezentacje były bardzo dobre. Moja całościowa ocena rozprawy oraz opublikowanych artykułów naukowych jest jednoznacznie pozytywna. Uważam, że rozprawa mgr Bożeny Tkacz jest bardzo dobra oraz pełni spełnia wszystkie wymagania ustawowe (i zwyczajowe) w dyscyplinie Matematyka. Popieram dopuszczenie mgr Bożeny Tkacz do następnych etapów przewodu doktorskiego.



/Galina Filipuk/